Základní operace s maticemi

Symetrické matice a transpozice matice

V tomto letáku bude vysvětleno, co se skrývá pod pojmem symetrická matice a transponovaná matice.

Symetrická matice

Symetrická matice je čtvercová matice, která je symetrická kolem své hlavní diagonály. Symetrii si pro představu ukážeme na maticích M a N

$$M = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}, \qquad N = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 7 & 9 & 4 \\ 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

Interpretační poznámka. Všimněte si, že hlavní uhlopříčka se chová jako osa symetrie - zrcadlo.

Transponovaná matice

V případě, že sloupce a řádky matice A zaměníme tak, že první řádek se stane prvním sloupcem, druhý řádek se stane druhým sloupcem, atd., získáme matici, která se nazývá **transponovaná** a označuje se A^T.

Tématický příklad. Na následujícím příkladu si ukážeme transpozici matice A, kde

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 13 & 9 \end{pmatrix}.$$

Řešení: Po záměně řádků a sloupců dostaneme transponovanou matici A^T

$$A^T = \begin{pmatrix} 4 & 13 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}.$$

Transpozice symetrické matice

Budeme znovu uvažovat matice M a N zmíněné výše

$$M = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}, \qquad N = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 7 & 9 & 4 \\ 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

K těmto maticím vytvoříme jejich transponované protějšky

$$M^T = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}, \qquad N^T = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 7 & 9 & 4 \\ 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

Všimněte si, že pokud je matice symetrická, tak jako v těchto případech, pak si symetrická matice a k ní transponovaná matice odpovídají

$$M = M^T \qquad \text{a} \qquad N = N^T.$$

Užitečná poznámka. Jestliže matice A je jakákoliv symetrická matice, pak platí $A = A^T$.

Tématický příklad. Je dána matice C, kde

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -3 & 2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

Nalezněte transponovanou matici C^T. Řešení:

$$C^T = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Všimněte si, že zatímco matice C má rozměr 3×2, její transponovaná matice C^T má rozměr 2×3.

Interpretační poznámka. Matici C o rozměru $m \times n$ odpovídá transponovaná matice C^T o rozměru $n \times m$.