

Párový t-test řešený příklad

Příklad 1

Centrální banka Čavisova má zájem o udržení meziroční průměrné inflace ve výši 2%. V čase nastavuje nominální úrokovou míru n a pozoruje reálnou úrokovou míru r . O naměřených hodnotách n a r víme, že se řídí dvourozměrným normálním rozložením, jehož měřené realizace (v %) jsou následující:

$$\begin{pmatrix} r \\ n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 & 2,5 & 3 & 2,5 & 4 \\ 3,5 & 5,5 & 4 & 5 & 4,5 \end{pmatrix}.$$

S využitím Fisherovy rovnice testujte hypotézu, že $\pi = 2\%$. Test proveďte na hladině významnosti $\alpha = 5\%$.

Řešení:

V prvním kroku je zapotřebí zjistit hodnoty inflace. S využitím znalosti teoretické Fisherovy rovnice tyto hodnoty snadno vypočteme:

$$\pi_i = n_i - r_i \iff \begin{pmatrix} r & 1,5 & 2,5 & 3 & 2,5 & 3 \\ n & 3,5 & 5,5 & 4 & 5 & 4,5 \\ \pi & 2 & 3 & 1 & 2,5 & 1,5 \end{pmatrix}.$$

Nyní stanovíme nulovou a alternativní hypotézu:

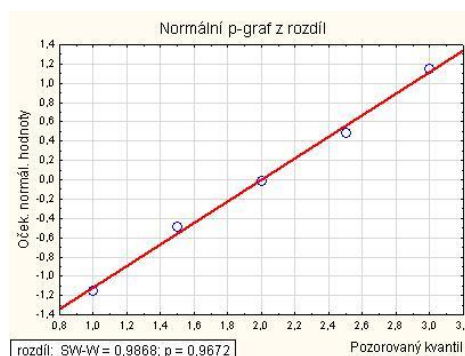
$$H_0 : \mu_n - \mu_r = 2 \quad H_1 : \mu_n - \mu_r \neq 2$$

ekvivalentně můžeme psát:

$$H_0 : \mu_\pi = 2 \quad H_1 : \mu_\pi \neq 2$$

Převodli jsme tedy párový test na jednovýběrový test. Abychom mohli tuto hypotézu testovat pomocí t-testu musíme nejdříve ověřit předpoklady testu, tedy že náhodný výběr π_1, \dots, π_5 pochází z normálního rozdělení. K ověření tohoto předpokladu využijeme software STATISTICA.

Protože p-hodnota testu je 0,9672 a to je větší než 0,05 nezamítáme nulovou hypotézu a budeme



Párový t-test

dále předpokládat, že data pocházejí z normálního rozdělení.

Přístupme tedy k samotnému t-testu. Z vektoru hodnot π vypočteme realizace výběrového průměru a výběrového rozptylu:

$$m_{\pi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \pi_i = \frac{1}{5} (2 + 3 + 1 + 2,5 + 1,5) = 2$$

$$s_{\pi}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\pi_i - m_{\pi_i})^2 = \frac{1}{4} (0^2 + 1^2 + (-1)^2 + 0,5^2 + (-0,5)^2) = 0,625$$

Druhým krokem zvolíme testové kritérium T pro párový t-test, vypočteme jeho realizaci t_0 :

$$T = \frac{m_{\pi} - c}{\sqrt{\frac{s_{\pi}^2}{n}}} \implies t_0 = \frac{2-2}{\sqrt{\frac{0,625}{5}}} = 0$$

a určíme kritický obor:

$$W = (-\infty; -t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1); \infty)$$

$$W = (-\infty; -t_{0,975}(4)) \cup (t_{0,975}(4); \infty)$$

$$W = (-\infty; -2,7764) \cup (2,7764; \infty)$$

Posledním krokem analýzy je vyhodnocení hypotézy. Jelikož vidíme, že realizace testového kritéria nespadá do kritického oboru ($t_0 \notin W$), pak nulovou hypotézu nezamítáme. Jinými slovy, na hladině významnosti pěti procent jsme neprokázali, že by byla inflace různá od dvou procent.