I Základní operace s maticemi

II Sčítání, odčítání a násobení matic číslem

V tomto letáku se podíváme na podmínky, které musí být splněny, aby bylo možné matice sčítat, odečítat a násobit a tyto základní matematické operace si ukážeme na příkladech.

Kompatibilní matice

Dvě matice se nazývají kompatibilní (matice stejného typu), pokud mají stejnou velikost (rozměr). To znamená, že musí mít stejný počet řádků a sloupců.

Tématický příklad. Představme si tyto čtyři matice:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \qquad D = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Nejdříve zvážíme velikost každé matice. Matice A má velikost 2×2 (2 řádky, 2 sloupce), matice B má velikost 3×2 (3 řádky, 2 sloupce), matice C má velikost 2×3 (2 řádky, 3 sloupce) a matice D má velikost 3×2.
Z těchto čtyř matic je pouze matice B a matice D stejného typu. To znamená, že můžeme sčítat (odečítat) pouze tyto matice $(B + D, B - D, D - B)$, ale nemůžeme sčítat (odečítat) žádnou jinou dvojici zadaných matic.
Pokud převedeme matici C na transponovanou, pak ji můžeme přičíst (odečíst) k matici B nebo D

$$C^T = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix},$$

matice C^T má velikost 3×2.

Sčítání a odčítání matic

Důležité tvrzení:

Pokud jsou dvě matice kompatibilní, mohou být sečteny, případně odečteny. Výsledná matice bude mít na stejných pozicích součty (rozdíly) čísel na odpovídajících pozicích v předchozích maticích.

Tématický příklad. Viděli jsme, že matice B a D mají stejnou velikost, obě jsou typu 3×2. Můžeme je tedy sečíst sečtením prvků na odpovídajících pozicích.

$$B + D = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5+2 & -2+(-2) \\ -1+0 & 3+1 \\ 1+4 & 0+(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -1 & 4 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$$

Užitečná poznámka. Všimněte si, že výsledná matice má stejnou velikost jako matice, které jsme sčítali.

Tématický příklad. Analogicky můžeme matice B a D odečítat

$$B - D = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5-2 & -2-(-2) \\ -1-0 & 3-1 \\ 1-4 & 0-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Tématický příklad. Sečteme dvě stejné matice

$$A + A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+4 & 3+3 \\ 0+0 & -1+(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Nebo můžeme napsat, že $A + A = 2A$ a dostaneme

$$2A = 2\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Na tomto příkladu můžeme vidět, že prvky matice A jsou vynásobeny číslem 2. Tento příklad ilustruje násobení matice číslem.

Násobení matic číslem

Při práci s maticemi existují dva druhy násobení: skalární násobení (násobení matice číslem) a násobení maticí. S násobením matice maticí se seznámíte v pozdějším letáku.

Důležité tvrzení:

Násobení matice číslem je taková matematická operace, při které se vezme číslo a vynásobí se jím každý prvek matice.

Tématický příklad.

$$5B = \begin{pmatrix} 5\times 5 & 5\times(-2) \\ 5\times(-1) & 5\times 3 \\ 5\times 1 & 5\times 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 & -10 \\ -5 & 15 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$-3A = \begin{pmatrix} -3\times 4 & -3\times 3 \\ -3\times 0 & -3\times(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 & -9 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{2}D = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\times 2 & \frac{1}{2}\times(-2) \\ \frac{1}{2}\times 0 & \frac{1}{2}\times 1 \\ \frac{1}{2}\times 4 & \frac{1}{2}\times(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} \\ 2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$4C = \begin{pmatrix} 4\times 3 & 4\times 0 & 4\times(-3) \\ 4\times 0 & 4\times 2 & 4\times 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 0 & -12 \\ 0 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$