

Příklady na procvičení náhodných veličin¹

1. Firma Korálky s.r.o. vyrába lacné náramky pre nenáročné ženy. Jeden ružovo-hnedý náramok obsahuje 30 korálok: 10 hnedých a 20 ružových. Každá korálka môže byť nezávisle na ostatných nedokonale zafarbená. Hnedá môže byť nedokonale zafarbená s pravdepodobnosťou 0,14, ružová s pravdepodobnosťou 0,1. Náhodná veličina X udáva počet nedokonale zafarbených hnedých korálok. Náhodná veličina Y udáva počet nedokonale zafarbených ružových korálok. Určite rozdelenie náhodných veličín.
 - a. Aká je pravdepodobnosť nedokonale zafarbeného náramku? **[0,9731]**
 - b. Aká je pravdepodobnosť, že na náramku budú práve 4 nedokonalé hnedé korálky a práve 9 nedokonalých ružových korálok? **[0,00000172]**

2. Losovacia spoločnosť seniorov pripravuje hru, z 20 čísel sa losujú 2 čísla, za uhádnutie oboch sa vypláca 1000 Kč, za uhádnutie jedného y, ak je cena lístku stanovená na 10 Kč a je to zároveň stredná hodnota výhry, aká je hodnota y? **[25]**

3. Mám 2 motory (1 obyčajný, 1 úsporný) do ktorých som naliať rovnaké množstvo paliva. Ich výdrže sú stochasticky nezávislé náhodné veličiny s exponenciálnym rozložením s parametrom $\lambda_1=0,2$, $\lambda_2=0,4$ aká je pravdepodobnosť, že okamžik $t=0,3$ prežijú oba motory? **[0,835]**

4. Opakovane, nezávisle na sebe ťaháme karty z balíčka kariet. Vytiahnutie esa považujeme za úspech a náhodná veličina X udáva počet neúspešných pokusov pred vytiahnutím esa.
 - a. Nájdi rozdelenie veličiny X.
 - b. Vyrátaj pravdepodobnosť, že 6. vytiahnutá karta bude eso. **[0,064]**

5. V krajine je registrovaný počet motoriek dvakrát menší než áut. Ak budeme stáť pri diaľnici a sledovať prvé 3 vozidlá, ktoré prejdú okolo, náhodná veličina X je rovná počtu videných motoriek. Urči jej pravdepodobnostnú a distribučnú funkciu.
Urči pravdepodobnosť javu $X=1 \vee X=2$. **[18/27]**

6. Hustota náhodnej veličiny X:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - b & \text{pre } x \in (2;3) \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$
 Dopočítajte konštantu b, určite strednú hodnotu $E(X)$ a rozptyl $D(X)$ náhodnej veličiny X. **[b=4, E(X)=8/3, D(X)=1/18]**

¹ Příklady vytvořili studenti předmětu BPM_STA1

7. Chlapec potom, co přijde domů a napíše domácí úkoly má 4 hodiny volného času. Náhodná veličina X udává dobu, kterou chlapec hraje počítačové hry, náhodná veličina Y udává dobu, kterou se chlapec dívá na televizi (chlapec může dělat i něco jiného), chlapec sleduje každý den svůj oblíbený seriál, který trvá 60 minut. Předpokládejme, že se chlapec stejně rád dívá na televizi i hraje počítačové hry.
- Určete simultánní pravděpodobnostní funkci náhodného vektoru $(X, Y)^T$.
 - Vypočítejte pravděpodobnost, že chlapec v náhodně vybraném dni strávil hraním na počítači a díváním se na televizi dohromady alespoň 2 hodiny. **[8/9]**
 - Zjistěte, zda jsou náhodné veličiny X a Y stochasticky nezávislé.
8. Firma Pekné Korálky s.r.o. predáva náramky. Jeden balíček náramkov pre odberateľa obsahuje 70 náramkov. Počet náramkov s nedokonalým zafarbením v balíčku je náhodná veličina so strednou hodnotou 10 a smerodajnou odchýlkou 7. Aká je pravdepodobnosť, že v objednávke 300 balíčkov náramkov bude najviac jedna osmina náramkov nedokonalých? Použite centrálnu limitnú vetu. **[0,001]**
9. V nadnárodní korporaci vybíráme 3 lidi, které přijmeme na 3 místa účetních (tako místa jsou prakticky nerozlišitelná) z 7mi kandidátů. Z těchto je 2 muži a 5 ženy, kdy 3 ženy mají dítě a zbylé 2 jsou bezdětné. Náhodná veličina X udává počet vybraných žen a náhodná veličina Y udává počet bezdětných vybraných žen. Určete simultánní pravděpodobnostní funkci a obě marginální pravděpodobnostní funkce.